对差额投资内部收益率(ΔIRR)评价方法的再认识*

石油勘探开发科学研究院　胡月亭

国家计委颁布的《建设项目经济评价方法与参数》规定，在进行方案间的优劣对比时，“可视不同情况和具体条件分别采用差额投资内部收益率法(ΔIRR)、净现值法(NPV)、净年值法(AW)或净现值率法(NPVR)”。而其中的净现值率法只有当有明显的资金限制时才宜选用；净年值法则是净现值法的简单变形，因此，在实际工作中，人们一般采用差额投资内部收益率法与净现值法进行方案间的优劣比选。而通过分析研究我们发现：①一般情况下(即对于常规项目)，差额投资内部收益率法与净现值法是等价的；②与净现值法相比，差额投资内部收益率法用于方案间的比选存在许多缺陷和不足，且这两种方法所要求的前提条件是相同的。因此，为了规范方案评价方法，提高评价结果的准确性，必须对差额投资内部收益率法的作用与地位，进行重新认识。

一、关于差额投资内部收益率法与净现值法的等价证明

内部收益率即在项目寿命期内，尚未收回的投资余额，所具有的收益率，它反映了项目投资的使用效率，但由于各对比方案的投资额一般不等，故不能用它说明各对比方案间的优劣关系，也正是由于内部收益率指标无法用于方案间的优劣对比才引入了差额投资内部收交益率。差额投资内部收益率顾名思义即两投资额不等的对比方案的差额投资所取得的内部收益率，该指标只用作方案间优劣对比。

为了简便起见，不妨设只有 A、B 两个方案参加比选，期初投资分别为 P_A，P_B，年均净现金流量分别为 Y_A，Y_B，寿命期均为 n，且不存在期末残值，基准收益率为 i_0。

由差额投资内部收益率定义，对于项目 A、B 有：

$$\Delta NPY_{A-B} = NPV_A - NPV_B$$
$$= (Y_A - Y_B)(P/A, \Delta IRR, n) - (P_A - P_B) = 0$$

$\because (P/A, \Delta IRR, n) \neq 0$

那么，若 $Y_A = Y_B$，则 $P_A = P_B$，即方案 A，B 变为同一个方案，故无方案间比选可言，为此：

设 $Y_A \neq Y_B$

则由上式得：$$(P/A, \Delta IRR, n) = \frac{P_A - P_B}{Y_A - Y_B} \quad ①$$

* 净现值法和差额投资内部收益率法是在投资期相同条件下，比较与选择项目的两个指标。净现值法简单，而差额投资内部收益率法较复杂。这两个方法的结论在一般情况下是一致的，但目前国内刊物中还缺乏对这两个方法等价关系的证明，本文则填补了这一空白。

下面我们首先分析一下关系式$(P/A,x,n)$（也即函数$f(x)=\frac{(x+1)^n-1}{(x+1)^n x}$）的数学含义，通过分析（过程从略），我们发现函数$f(x)=\frac{(1+x)^n-1}{(1+x)^n x}$具有如下性质：

1)具有$y=0$和$x=-1$两条渐近线；

2)具有$x=0,-1$两个间断点，其中在$x=0$处可补充定义使其连续，也即：

$$f(x)=\begin{cases} n & (x=0) \\ \text{不存在} & (x=-1) \\ \frac{(1+x)^n-1}{(1+x)^n x} & (\text{其它}) \end{cases}$$

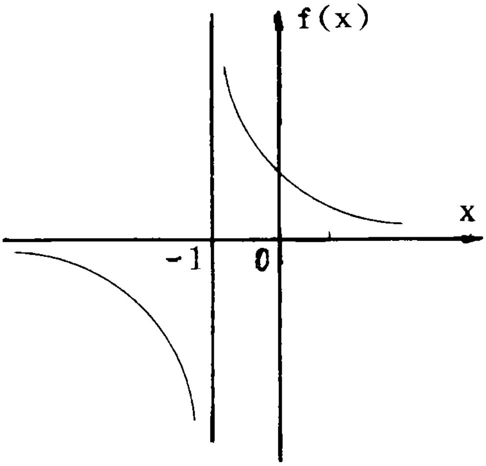

图 1　函数 y=f(x)曲线

由此可作出函数$f(x)=\frac{(1+x)^n-1}{(1+x)^n x}$图形（如图 1）。

由该图可知：函数$y=f(x)$在其定义域$(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$内是单调递减的，且当$x\in(-\infty,-1)$，$f(x)<0$；当$x\in(-1,+\infty)$，$f(x)>0$。

下面我们分两步证明差额投资内部收益率法与净现值法用于方案比选时具有的等价关系

（一）由差额投资内部收益率法可导出净现值法

1. 当$\Delta IRR>i_0$时：

$\because \Delta IRR>i_0>0$

$\therefore f(\Delta IRR)=(P/A,\Delta IRR,n)>0$

又因函数$y=f(x)$在区间$(-1,+\infty)$内单调递减，

$\therefore f(\Delta IRR)<f(i_0)$

也即：$(P/A,\Delta IRR,n)<(P/A,i_0,n)$

(1)若$Y_A>Y_B$

由①得：$P_A-P_B=(Y_A-Y_B)(P/A,\Delta IRR,n)>0$　③

即：$\underline{P_A>P_B}$

在②式两端同乘以(Y_A-Y_B)得：

$(Y_A-Y_B)(P/A,\Delta IRR,n)<(Y_A-Y_B)(P/A,i_0,n)$

把③代入上式：

$P_A-P_B<(Y_A-Y_B)(P/i_0,n)$

整理得：$Y_A(P/A,i_0,n)-P_A>Y_B(P/A,i_0,n)-P_B$

也即：$\underline{NPV_A>NPV_B}$

(2)若$Y_A<Y_B$：

$\because f(\Delta)(IRR)=(P/A,\Delta IRR,n)>0$

由①式得：$P_A-P_B=(Y_A-Y_B)(P/A,\Delta IRR,n)<0$　即：$\underline{P_A<P_B}$

同上可以推导出：$\underline{NPV_B>NPV_A}$

通过对(1)、(2)两种情况的分析可得出如下结论：当$\Delta IRR>i_0$时，投资额的大小与净现值

的大小是一致的，投资额大的方案净现值必然大，因此由差额投资内部收益率法得出的当 $\Delta IRR > i_0$ 时投资额大者为优，也就是由净现值法得出的净现值最大的方案。

2. 当 $\Delta IRR < i_0$ 时：

$\because i_0 > 0$

对于 ΔIRR 的取值范围，我们可以从其间断点处，按(1)$\Delta IRR \in (-1, +\infty)$，(2)$\Delta IRR \in (-\infty, -1)$两种情况考虑：

(1)当 $\Delta IRR \in (-1, +\infty)$时：

由于函数 $y = f(x)$在$(-1, +\infty)$区间内单调递减

$\because \Delta IRR < i_0$(题设)

$\therefore f(\Delta IRR) > f(i_0) > 0$

也即：$(P/A, \Delta IRR, n) > (P/A, i_0, n) > 0$ ⑤

a)若 $Y_A > Y_B$：

由①得：$P_A - P_B = (Y_A - Y_B)(P/A, \Delta IRR, n) > 0$ ⑥

即：$\underline{P_A > P_B}$

在⑤两端同乘以$(Y_A - Y_B)$，然后把⑥代入得：

$P_A - P_B > (Y_A - Y_B)(P/A, i_0, n)$

根据 NPV 定义移项整理得：

$\underline{NPV_B > NPV_A}$

b)若 $Y_A < Y_B$：

由①得：$P_A - P_B = (Y_A - Y_B)(P/A, \Delta IRR, n) < 0$

即：$\underline{P_A < P_B}$

同上可证得：$\underline{NPV_A > NPV_B}$

由此可以看出，对于 $\Delta IRR < i_0$ 的情况，当 $\Delta IRR \in (-1, +\infty)$时，投资额的大小与净现值的大小正好相反：投资额大的方案净现值必然小，反之亦然。

(2)当 $\Delta IRR \in (-\infty, -1)$时：

由图 1 可知，此时 $f(\Delta IRR) < 0$

又$\because f(i_0) > 0$

$\therefore f(i_0) > f(\Delta IRR)$

即：$(P/A, i_0, n) > (P/A, \Delta IRR, n)$ ⑦

仿(1)可以证明：

a)若 $Y_A > Y_B$ 则必有 $P_A < P_B$，$NPV_A > NPV_B$ 成立；

b)若 $Y_A < Y_B$ 则必有 $P_A < P_B$，$NPV_A < NPV_B$ 成立。

通过(1)、(2)两种情况下的分析可得出如下结论，当 $\Delta IRR < i_0$ 时，方案投资额的大小与其净现值的大小正好相反，即：投资额少的方案净现值必然大，投资额大的方案，净现值必然小，因此，由差额投资内部收益率法得出的当 $\Delta IRR < i_0$ 时投资额小的方案为优，实际上也就是由净现值法得出的净现值最大的那个方案。

综合 1、2 两种情况可知：

当 $\Delta IRR > i_0$ 时，可推导出方案投资额的大小与其净现值的大小相一致；

当 $\Delta IRR < i_0$ 时，可推导出方案投资额的大小与其净现值的大小相反；

另外，当 $\Delta IRR=i_0$ 时，易证 $NPV_A=NPV_B$，即此时方案的净现值与其投资额的大小无关。但应该指出的是国家计委颁布的《建设项目经济评价方法与参数》中关于 $\Delta IRR=i_0$ 时的评价准则是错误的，对此我已在文献[2]中作了分析。

由上述论证可知，由差额投资内部收益率法得出的投资额大(小)的方案为优与由净现值法得出的净现值大的方案为优是完全一致的，也即由差额投资内部收益率法可以推导出净现值法。

(二)由净现值法可导出差额投资内部收益率法

1. 当项目投资额与净现值变化相同时，即：

$P_A>P_B$ 且 $NPV_A>NPV_B$

$\because NPV_A>NPV_B$

即：$Y_A(P/Ai_0,n)-P_A>Y_B(P/A,i_0,n)-P_B$

也即：$(Y_A-Y_B)(P/A,i_0,n)>P_A-P_B$ ⑧

$\because (P/A,i_0,n)>0, P_A>P_B$

则由⑧式可知：$Y_A-Y_B>0$

在⑧式两端同除以 (Y_A-Y_B) 得：

$$(P/A,i_0,n)>\frac{P_A-P_B}{Y_A-Y_B}>0 \qquad ⑨$$

$$由①式得：(P/A,\Delta IRR,n)=\frac{P_A-P_B}{Y_A-Y_B} \qquad ⑩$$

$\because (P/A,\Delta IRR,n)>0$

$\therefore \Delta IRR\in(-1,+\infty)$

由⑨、⑩两式对比得：

$(P/A,i_0,n)>(P/A,\Delta IRR,n)$

也即：$f(i_0)>f(\Delta IRR)$

由于函数 $y=f(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 区间内单调递减。

故有：$\Delta IRR>i_0$

即当方案投资额的大小与其净现值的大小相一致时，由净现值法得出的净现值大者也就是由差额投资内部收益率法得出的投资额大的方案。

2. 仿 1 可证明：

当方案投资额的大小与其净现值的大小相反时。即 $P_A<P_B$，且 $NPV_A>NPV_B$，一定有结论：

$\Delta IRR<i_0$ 成立(由于篇幅所限证明从略)

即当方案的投资额的大小与其净现值的大小相反时，由净现值法得出的净现值大的方案也就是由差额投资内部收益率法得出的投资额小的方案。

由 1、2 两种情况可知：由净现值法得出的净现值大的方案，与由差额投资内部收益率法得出的投资额大(或小)的方案是一致的。

也即由净现值法可以导出差额投资内部收益率法。

综合(一)、(二)两种情况：对于常规项目由差额投资内部收益率法可以导出净现值法；由净现值法也可以导出差额投资内部收益率法，因此，对于常规项目，差额投资内部收益率法等价于净现值法。

另外，对于非常规项目，采用差额投资内部收益率法时，可能会出现 ΔIRR 无解或多解的情况[1][3]，此时将会出现如下问题：

当 ΔIRR 无解时，由于其不能与基准收益率 i_0 比较而使差额投资内部收益率法失效；

当 ΔIRR 出现多解的情况时，不易选取正确的 ΔIRR 值与基准收益率相对比，但可以证明如果 ΔIRR 值的选择正确，差额投资内部收益率法就与净现值法等价。

二、对差额投资内部收益率法的分析评价

现在我们通过把差额投资内部收益率(ΔIRR)与净现值(NPV)及内部收益率(IRR)之间的相互对比，对差额投资内部收益率法作进一步认识。

(一)差额投资内部收益率法与净现值法的对比分析

1. 与净现值法相比采用差额投资内部收益率法，虽然在求解 ΔIRR 时，不需外部参数——基准收益率 i_0 值，但要进行方案间的优劣判断，必须借助基准收益率 i_0 值，也就是说，它与采用净现值法进行方案间的比选，需要相同的前提条件。另外，单凭 ΔIRR 数值无法判定最优方案是否为可行方案，而要进行方案的可行性判别还必须求出该方案的 IRR 值，因此该方法较之净现值法(特别是当有多个方案参加比选时)不仅计算繁杂而且工作量也大。

2. 采用差额投资内部收益率法，可能会出现 ΔIRR 无解或多解的情况，从而给方案间的比选造成困难，有时乃至出现方案间优劣误判的风险，而采用净现值法则无此情况出现。

通过差额投资内部收益率法与净现值法的对比分析可以看出，在进行方案间比选时，差额投资内部收益率法较之净现值法无任何优越之处。

(二)差额投资内部收益率(ΔIRR)与内部收益率(IRR)指标之间的对比分析

由于 IRR 指标反映的是项目本身所固有的收益能力，无需借助外部参数即可求出，故称“内部”收益率，而净现值指标则必须依赖外部参数——基准收益率 i_0，i。设定的正确与否直接影响着净现值的高低，因此一些国家和区域组织更乐于采用 IRR 指标进行项目的经济分析。但需要特别指出的是，虽然 IRR 指标与 ΔIRR 指标具有相仍的经济含义，但它们的作用、存在目的则截然不同，不可把这两种指标等同视之。IRR 数值的本身即反映一个项目效益的好坏，而 ΔIRR 则是借助于基准收益率的反映两对比项目的优劣关系，具体地：

1. IRR 指标重在自身量值，IRR 的大小反映了该项目投资的恢复能力及其收益性，IRR 数值愈高表明该项目的收益性愈好。另外，IRR 指标是一个与 NPV 指标并列的、其它指标所无法替代的优秀项目评价参数，它与 NPV 指标从不同的侧面反映项目的收益，NPV 指标重在收益最大化，而 IRR 指标则更突出反映项目投资的利用效率，二者各有所长相互补充，构成完善的评价指标体系。

2. ΔIRR 指标重在 i_0 的对比关系。对于 ΔIRR 指标虽然在其求解时与 IRR 指标一样无需借助基准收益率的值，但只有通过与 i_0 的对比，才能说明 ΔIRR 的意义。IRR 指标重在自身量值，而 ΔIRR 指标则重在与 i_0 的对比关系，至于 ΔIRR 高于或低于 i_0 是多或还是小没有本质区别。另外，如前所证由于差额投资内部的益率法与净现值法等价，故净现值法与差额投资内部收益率法没有共存的必要，况且，通过对这两种方法的对比分析可知，较之净现值法，差额投资内部收益率法用于方案间的比选存在许多缺陷和问题，因此，相对于净现值法，差额投资内部收益率法已失去了存的价值。

三、结论与建议

通过前述的分析和对比，可以得出如下结论：

1. 对于常规项目，净现值法与差额投资内部收益率法是等价的；

2. 对于非常规项目，由于 ΔIRR 的多解或无解，使得采用差额投资内部收益率法进行方案间比选发生困难，乃至出现方案间优劣误判的风险，而此时净现值法则仍可用于方案间的比选；

3. 较之净现值法，采用差额投资内部收益率法进行方案间的比选，不仅需要计算各方案间的 ΔIRR 值，要进行可行性判别，还必须计算该方案的 IRR 值，因此，ΔIRR 法相对于 NPV 法，不仅计算繁杂，工作量也大；

4. ΔIRR 指标与 IRR 指标的性质截然不同。IRR 与 NPV 各有侧重，因此相对于 NPV 指标，IRR 有存在的必要。而对于 ΔIRR 指标，由于 NPV 法可完全取代 ΔIRR 法，且具有 ΔIRR 法所不具备的优点，因此相对于 NPV 法，ΔIRR 法已失了其存在的价值。

基于上述结论，我们建议：

1. 由于差额投资内部收益率（ΔIRR）法与净现值（NPV）法在进行方案比选时，是从同一个角度说明同样的问题（而不象 IRR 与 NPV 指标可以从不同侧面反映问题），也即这两种方法彼此等价，因此，当用净现值法进行方案比选时，无需再用差额投资内部收益率法作进一步验证分析。

2. 与净现值法相比，差额投资内部收益率法用于方案时比选时，存在有许多缺陷和不足，除非基准收益率不易确定为一单值①，一般应以净现值法取代差额投资内部收益率法进行方案间的优选对比。

〔参考文献〕

1. H. G. Thuesen：Engineering Economy（Fifth Edition）1977 by Prentice-Hall，Inc.
2. 胡月亭：《对利用差额投资内部收益率法进行方案比较的质疑》，《技术经济》，1994 年第 5～6 期。
3. 付家骥、仝允桓主编《工业技术经济学》（第二版），清华大学出版，1992 年。
4. 国家计委《建设项目经济评价方法与参数》，中国计划出版社，1987 年。

（责任编辑：姚长辉）

① 当基准收益率 i_0 不易确定为一单值而是处于一个范围区间时，如：$i_{max}>i_0>i_{min}$，那么：若 $\Delta IRR>i_{max}$，则可判定投资大的方案为优，若 $\Delta IRR<i_{max}$，则可判定投资小的方案为优，但若 $i_{min}<\Delta IRR<i_{max}$，则仍需对两方案作进一步分析研究。