

泛函分析讲义

王才士

2011年5月

Chap 10 Banach 空间中的基本定理

§2 $C[a, b]$ 的共轭空间

我们已经知道 l^1 的共轭空间是 l^∞ , 而 l^p 的共轭空间是 l^q , 其中 $1/p + 1/q = 1, p > 1$. 本节, 我们将给出 $C[a, b]$ 的共轭空间. 其证明是Hanh-Banach 泛函扩张定理的一个应用.

定理1 (Riesz 表示定理)

设 F 是 $C[a, b]$ 上的连续线性泛函, 则存在 $[a, b]$ 上的有界变差函数 $g(t)$ 使得

$$F(f) = \int_a^b f(t) dg(t), \quad f \in C[a, b], \quad (1)$$

并且 $\|F\| = V_a^b(g)$.