

泛 函 分 析 讲 义

王才士

西北师范大学数学与统计学院

泛函分析(Functional Analysis)是现代数学的一个重要分支,属于分析数学范畴. 泛函分析起源于经典数学物理中的一些变分问题和边值问题,它概括了经典数学分析和函数论中的某些重要概念、问题和成果,同时又受到量子物理学、现代工程技术和现代力学等学科的有力刺激. 泛函分析

泛函分析的主要奠基人有D. Hilbert, S. Banach和J. von Neumann等人. D. Hilbert (1862–1943) 为德国数学家,他创立了Hilbert空间理论. 他在第二届国际数学家大会(巴黎, 1900年)上的演讲对二十世纪数学的发展产生了深远的影响. S. Banach (1892–1945) 是波兰数学家,他创立了Banach空间理论. 他的“Théorie des opérations linéaires”系第一部关于泛函分析一般理论的专著. J. von Neumann (1903–1957) 系美籍匈牙利数学家(犹太人),他创立了von Neumann算子代数理论. 他也是“现代计算机科学之父”.

泛函分析理论大体分为线性泛函分析和非线性泛函分析两大部分. 比起非线性泛函分析来说,线性泛函分析要成熟得多也更加基本. 其原因在于人们认识数学物理中的许多问题时大都对其先作一次近似,即所谓“线性化”;而线性问题总是比非线性问题容易处理得多,因而迄今所获得的成果也就丰富的多.

作为大学本科阶段的一门必修课,本课程主要讲解线性泛函分析的基本内容,包括: 度量空间和赋范线性空间,有界线性算子和连续线性泛函,内积空间和Hilbert空间, Banach空间中的基本定理等章节.