

西北师范大学物理与电子工程学院
函授教育 2007 年暑期数学物理方法课程检测试卷

班级: _____ 学号: _____

姓名: _____ 任课教师: _____

题号	一	二	三	总分
分数				

请考生注意: 以下各题需写出主要解答步骤, 请保持卷面整洁。

一、复变函数部分(共 30 分)

1. (7 分) 已知复数 $z = 1 + i$, 请求出复数 z 的实部 u 、虚部 v 、模 $|z|$ 、主幅角 $\arg z$, 并用三角形式、指数形式、几何形式(复平面)分别表示复数 z .

2. (5 分) 计算 $(\sqrt{2} - i) - i(1 - i\sqrt{2})$.

3. (8 分) 试证 $f(z) = e^x(\cos y + i \sin y)$ 在 z 平面上解析, 且 $f'(z) = f(z)$.

4. (5 分) 计算回路积分 $\oint_{|z+i|=1} \frac{e^{iz}}{z+i} dz$.

5. (5 分) 试求 $f(z) = \frac{e^z - 1}{z^2}$ 的孤立奇点, 并指出它的类型.

二、数学物理方程部分(共 60 分)

1. (10 分) 在经典数学物理方程中, 以二阶线性偏微分方程为主要研究对象. 请问二阶线性偏微分方程从数学上分为哪几类? 在物理上分别对应于什么方程? 并写出各类方程的标准形式.

2. (10 分) 一根长为 l 的均匀柔质轻弦, 左端点固定, 右端点自由, 作微小的自由横振动. 它的初始位移为 $\sin \frac{\pi x}{l}$, 初始速度为 0. 请写出此弦振动满足的定解问题(不求解).

3. (25 分) 用分离变量法求解热传导方程的混合问题

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} & (0 < x < l, t > 0) \\ u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0 & (t \geq 0). \\ u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{l} & (0 \leq x \leq l) \end{cases}$$

要求写出完整过程.

4. (15 分) 用行波法(达朗贝尔解法)求解无限长弦的自由横振动并说明解的物理意义. 设弦的初始位移为 $\sin x$, 初始速度为 0.

三、特殊函数部分(共 10 分)

求解常微分方程的本征值问题时, 会得到各种各样的特殊函数, 诸如 Legendre(勒让德)多项式、Bessel(贝塞耳)函数、Hermite(厄密)多项式和 Laguerre(拉盖尔)多项式等.

对连带Legendre多项式, 请填空(每空2分):

l 阶连带Legendre微分方程的一般形式为_____,
其中有两个本征值 $l(l+1)$ 和 m . l 的取值范围为_____,
相应 m 的取值范围为_____. l 阶连带Legendre微分方程的解为 l 阶连带Legendre多项式, 连带Legendre多项式的_____性、
_____性和完备性是使它成为一个坐标函数系的三个重要性质.