

西北师范大学物理与工程学院
2003—2004 学年度第 2 学期数学物理方法期中考试试卷

系别： 物理系 专业： 物理学 级别： _____ 班级： _____
 序号： _____ 姓名： _____ 任课教师： 洪学仁

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

一、填空题（每空 1 分，共 15 分）

1. 设 $z = 1 + i\sqrt{3}$, 则 $|z| =$ _____, $\arg z =$ _____, $\operatorname{Arg} z =$ _____,
 三角形形式为 _____, 指数形式为 _____.
2. 对函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 哥西—黎曼条件为 _____,
 此条件是函数 $f(z)$ 可微的 _____ 条件.
3. 若函数 $f(z)$ 在点 z_0 _____, 则称 $f(z)$ 在 z_0 点解析;
 若函数 $f(z)$ 在点 z_0 不解析, 则称 z_0 点为 $f(z)$ 的 _____.
4. 设一静电场的复位势为 $w(z) = z^2$, 其中 $z = x + iy$, 则电力线方程为 _____,
 等势线方程为 _____.
5. 幂级数在 _____ 内可以逐项求导或逐项积分.
6. 孤立奇点可以分为 _____、_____、_____.

二、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. $|z| > 2$ 且 $|z - 3| > 1$ 表示()
 A. 开集、非区域 B. 单连通区域 C. 多连通区域 D. 闭区域

2. $\lim_{z \rightarrow 1+i} \frac{\bar{z}}{z} = (\quad)$

- A. $-i$ B. i C. 1 D. 不存在

3. 函数 $w = f(z)$ 在 z_0 点可导是可微的()

- A. 必要但不充分条件 B. 充分但不必要条件
C. 充分必要条件 D. 既非充分条件, 又非必要条件

4. 若 $f(z) = \bar{z}$, 则 $f(z)$ ()

- A. 处处不可微 B. 仅在原点可微 C. 处处解析 D. 仅在虚轴上可微

5. 下面等式正确的是()

- A. $\text{Ln}(i) = (2k\pi - \frac{\pi}{2})i, \ln i = \frac{\pi}{2}i$ B. $\text{Ln}(i) = (2k\pi + \frac{\pi}{2})i, \ln i = -\frac{\pi}{2}i$
C. $\text{Ln}(i) = (2k\pi - \frac{\pi}{2})i, \ln i = -\frac{\pi}{2}i$ D. $\text{Ln}(i) = (2k\pi + \frac{\pi}{2})i, \ln i = \frac{\pi}{2}i$

6. 设 C 为 $z = e^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq 2\pi$, 则 $\int_C z dz = (\quad)$

- A. $2i$ B. $-2i$ C. 0 D. i

7. $\sum_{n=1}^{\infty} n! \left(\frac{z}{n}\right)^n$ 的收敛半径为()

- A. 1 B. ∞ C. 0 D. e

8. $z = 0$ 是函数 $\frac{e^z}{1-e^z}$ 的()

- A. 本性奇点 B. 可去奇点 C. 一阶极点 D. 非孤立奇点

9. $\text{Res}_{z=0} \frac{1}{z} e^z = (\quad)$

- A. 0 B. -1 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

10. 已知函数 $f(z) = \frac{ze^z}{z^2 - 1}$, 且 $\operatorname{Res}_{z=1} f(z) = \frac{e}{2}$, $\operatorname{Res}_{z=-1} f(z) = \frac{e^{-1}}{2}$, 则 $\operatorname{Res}_{z=\infty} f(z) = (\quad)$

- A. $-\frac{e}{2}$ B. 0 C. $-\frac{e}{2}$ D. $-\frac{e^{-1}}{2}$

注: 三、四、五各题须写出主要步骤!

三、已知 $u = 3x^2y - y^3$, 且 $f(1) = 0$, 求解析函数 $f(z) = u + iv$. (8 分)

四、计算下列各积分 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. $\int_C \bar{z} dz$, 其中 C 的起点为 0, 终点为 $1+i$, 积分路径为: (1) $y = x$, (2) $y = x^2$.

2. $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^2 - 1}$

3. $\int_{|z+i|=1} \frac{e^{iz}}{z+i} dz$

4. $\int_{|z|=4} \frac{2z^2 - z + 1}{(z-1)^3} dz$

5. $\int_{|z|=2} \frac{z}{(1/2) - \cos z} dz$

6. $\int_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{dz}{z \sin z}$

五、将下列函数在指定圆环内展成罗朗级数(共 18 分)

1. $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$, (1) $0 < |z-2| < 1$, (2) $0 < |z-3| < 1$, (3) $|z| < 2$,

(4) $2 < |z| < 3$, (5) $3 < |z| < +\infty$. (12 分)

2. $\sin \frac{z}{z+1}$, $0 < |z+1| < 1$. (6 分)

六、论述题 (9 分)

复变函数论以解析函数为主要研究对象. 请问解析函数具有哪些性质? 判断一函数是否解析函数主要有哪些方法? 并举例说明.