

西北师范大学物理与工程学院
2004—2005 学年度第 1 学期数学物理方法期中考试试卷

系别： 物理系 专业： 物理学 级别： _____ 班级： _____
 序号： _____ 姓名： _____ 任课教师： 洪学仁

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分数											

一、填空题(每空 1 分，共 15 分)

1. 设 $z = 1 - i\sqrt{3}$, 则 $|z| =$ _____, $\arg z =$ _____, $\operatorname{Arg} z =$ _____,
 三角形形式为 _____, 指数形式为 _____.

2. 对函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 哥西—黎曼条件为 _____,
 此条件是函数 $f(z)$ 可微的 _____ 条件.

3. 若函数 $f(z)$ 在点 z_0 _____, 则称 $f(z)$ 在 z_0 点解析;
 若函数 $f(z)$ 在点 z_0 不解析, 则称 z_0 点为 $f(z)$ 的 _____.

4. 设一静电场的复位势为 $w(z) = 2qi \ln \frac{1}{z}$, 其中 $z = re^{i\theta}$, q 为电荷线密度, 则电力线方程为 _____, 等势线方程为 _____.

5. 双边幂级数在 _____ 内可以逐项求导或逐项积分.

6. 孤立奇点可以分为 _____、 _____、 _____.

二、单项选择题(每小题 2 分，共 20 分)

1. $\left| \frac{z-1}{z-2} \right| < 1$ 表示()

A. 开集、非区域

B. 单连通域

C. 复连通域

D. 闭域

2. $\lim_{z \rightarrow i} \frac{\bar{z}-1}{z+2} = (\quad)$

A. $-\frac{3}{5} + \frac{i}{5}$

B. i

C. $-\frac{3}{5} - \frac{i}{5}$

D. 不存在

3. 函数 $w = f(z)$ 在 z_0 点可微是可导的()

A. 必要但不充分条件

B. 充分但不必要条件

C. 充分必要条件

D. 既非充分条件, 又非必要条件

4. 若 $f(z) = z \operatorname{Re} z$, 则 $f(z)$ ()

A. 处处不可微

B. 仅在原点可微

C. 处处解析

D. 仅在实轴上可微

5. 下面等式正确的是()

A. $\operatorname{Ln}(-i) = (2k\pi - \frac{\pi}{2})i, \ln i = \frac{\pi}{2}i$

B. $\operatorname{Ln}(-i) = (2k\pi + \frac{\pi}{2})i, \ln i = -\frac{\pi}{2}i$

C. $\operatorname{Ln}(-i) = (2k\pi - \frac{\pi}{2})i, \ln i = -\frac{\pi}{2}i$

D. $\operatorname{Ln}(-i) = (2k\pi + \frac{\pi}{2})i, \ln i = \frac{\pi}{2}i$

6. 设 C 为 $z = e^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq 2\pi$, 则 $\int_C z^2 dz = (\quad)$

A. $\frac{1}{3}(2\pi)^3$

B. $-\frac{1}{3}(2\pi)^3$

C. 0

D. i

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (z-i)^n$ 的收敛圆为()

A. $|z+i|=1$

B. $|z-i|=1$

C. $|z+i|=2$

D. $|z-i|=2$

8. $z=0$ 是函数 $\frac{1-\cos z}{z^2}$ 的()

A. 本性奇点

B. 可去奇点

C. 一阶极点

D. 非孤立奇点

9. $\operatorname{Res}_{z=0} \frac{1}{z} \cos z = (\quad)$

A. 0

B. -1

C. 1

D. $-\frac{1}{2}$

10. 已知函数 $f(z) = \frac{e^z}{z^2-1}$, 且 $\operatorname{Res}_{z=1} f(z) = \frac{e}{2}, \operatorname{Res}_{z=-1} f(z) = -\frac{e^{-1}}{2}$, 则 $\operatorname{Res}_{z=\infty} f(z) = (\quad)$

A. $-\operatorname{sh} 1$

B. 0

C. $-\frac{e}{2}$

D. $\frac{e^{-1}}{2}$

注：三、四、五各题须写出主要步骤！

三、已知 $u = x^2 - y^2$ ，且 $f(i) = -1$ ，求解析函数 $f(z) = u + iv$. (8 分)

四、计算下列各积分(每小题 5 分，共 30 分)

1. $\int_C \bar{z} dz$ ，其中 C 为：(1) 沿原点 O 到点 $1+i$ 的直线段；

(2) 沿原点 O 到点 1 再到点 $1+i$ 的折线段。

2. $\int_{|z|=2} \frac{z-2}{z^2-z} dz$

3. $\int_{|z|=1} \frac{e^{-z} \cos z}{z^2} dz$

4. $\int_{|z|=2} \frac{\cos \pi z}{(z-1)^5} dz$

5. $\int_{|z|=2} \frac{z}{(1/2) - \cos z} dz$

6. $\int_{|z|=1} \frac{dz}{z \sin z}$

五、将下列函数在指定圆环内展成罗朗级数(共 18 分)

1. $f(z) = \frac{1}{z^2 - 4z + 3}$, (1) $0 < |z-1| < 2$, (2) $0 < |z-3| < 2$, (3) $|z| < 1$,

(4) $1 < |z| < 3$, (5) $3 < |z| < +\infty$. (12 分)

2. $\cos \frac{z}{z+1}$, $0 < |z+1| < 1$. (6 分)

六、论述题(9 分)

复变函数论以解析函数为主要研究对象，请问解析函数具有哪些性质？判断一函数是否解析函数主要有哪些方法？