

### 3.2 自动控制的核​​心分析方法

在已知控制系统结构和参数的基础上，求取系统的各项性能指标，并找出这些性能指标与系统参数间的关系，这就是自动控制系统的分析。而在给定对象特性的基础上，按照控制系统的应具备的性能指标要求，寻求能够全面满足这些性能指标要求的控制方案并合理确定控制器的参数，则是控制系统设计的任务。自动控制理论则是对自动控制系统进行分析和设计的一般性理论。

#### 3.2.1、时域分析方法：

所谓**时域分析法**，就是通过求解控制系统的时​​间响应，来分析系统的稳定性、快速性和准确性。它是一种直接在时​​间域中对系统进行分析的方法，具有直观、准确、物理概念清楚的特点，尤其适用于二阶系统。

#### 自动控制系统暂态响应性能指标

暂态响应性能指标是以系统在单位阶跃输入作用下的衰减振荡过程（或称欠阻尼振荡过程）为标准来定义的。系统在其它典型输入作用下定义的暂态响应性能指标，均可以直接或间接求出与这一指标的关系。用来表述单位阶跃输入时暂态响应的典型性能指标通常有：最大超调量、上升时间、峰值时间和调整时间。[图 3.11](#) 说明一个线性控制系统的典型单位阶跃响应。上述指标就是用系统阶跃响应来定义的。

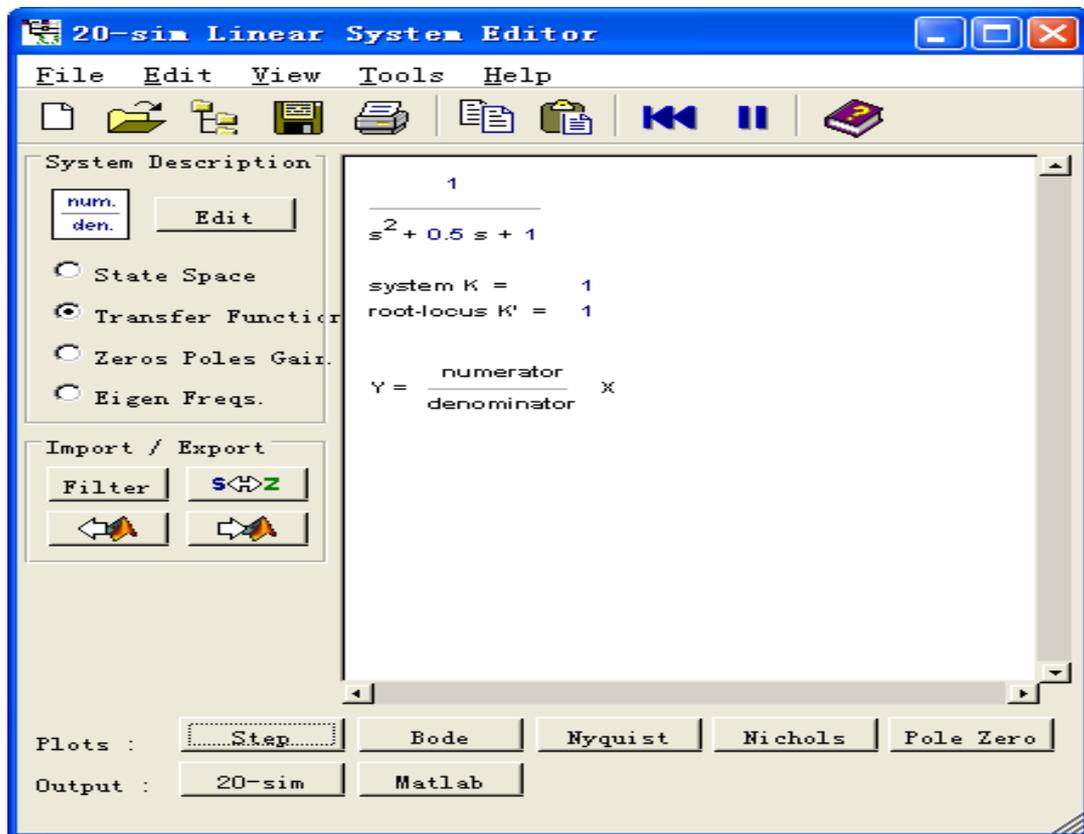


图 3.10

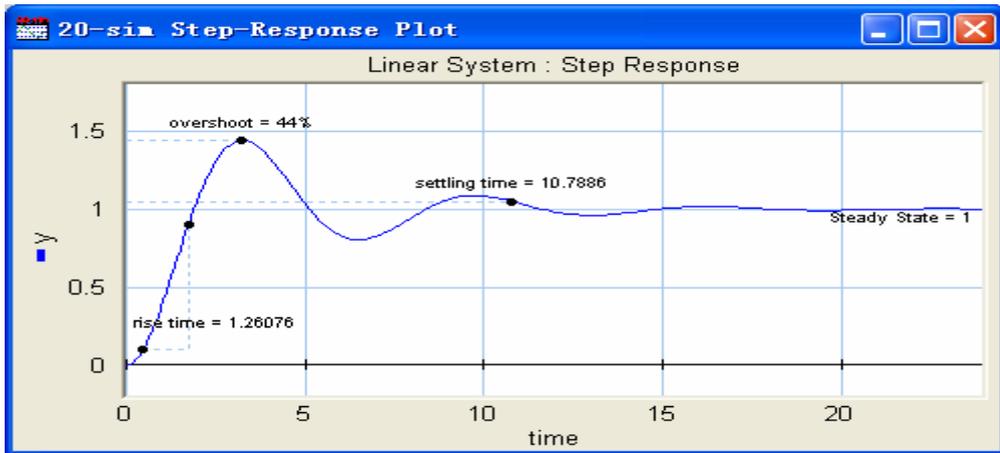


图 3.11 控制系统的典型单位阶跃响应

1. **延迟时间  $t_d$**  响应曲线第一次达到稳态值的一半所需要的时间叫做延迟时间。
2. **最大超调量  $M_p$**  最大超调量规定为在暂态期间输出超过对应于输入的终值的最大偏离量。最大超调量的数值也用来度量系统的相对稳定性。最大超调量常表示为阶跃响应终值的百分数，即
$$\text{最大超调百分数} = \frac{\text{最大超调量}}{\text{终值}} \times 100\%$$
3. **峰值时间  $t_p$**  对应于最大超调量发生的时间（从  $t=0$  开始计时），称为峰值时间。
4. **上升时间  $t_r$**  在暂态过程中，输出第一次达到对应于输入的终值的时间（从  $t=0$  开始 计时），称为上升时间。
5. **调整时间  $t_s$**  输出与其对应于输入的终值之间的偏差达到容许范围（一般取 5%或 2%） 所经历的暂态过程时间（从  $t=0$  开始计时），称为调整时间。

### 3.2.2、根轨迹分析法：

#### 一. 根轨迹概念：

闭环系统的动态性能与闭环极点在  $s$  平面上的位置密切相关,系统的闭环极点也就是特征方程式的根.

当系统的某一个或某些参量变化时,特征方程的根在  $s$  平面上运动的轨迹称

为根轨迹.

根轨迹法： 直接由开环传递函数求取闭环特征根的方法.

例： 设控制系统如图 3.12 所示

$$G(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$$

$$= \frac{2K}{s(s+2)} = \frac{K_0}{s(s+2)},$$

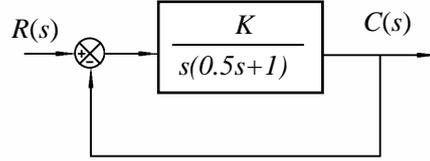


图 3.12 控制系统的结构图

开环极点：  $p_1 = 0, p_2 = -2$

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_0}{s^2 + 2s + K_0}; \text{ 式中 } K_0 = 2K$$

此系统的特征方程式可写为：  $\Delta(s) = s^2 + 2s + K_1 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 - K_0}$

讨论：  $K_0 = 0$  时，  $s_1 = 0, s_2 = -2$

$K_0 = 1$  时，  $s_1 = -1, s_2 = -1$

$K_0 = 2$  时，  $s_1 = -1 + j, s_2 = -1 - j$

$K_0 = \infty$  时，  $s_1 = -1 + j\infty, s_2 = -1 - j\infty$

令  $k$  为  $0 \rightarrow \infty$ . 可以用解析的方法求出闭环极点的全部数值， 将这些数值标住在  $S$  平面上， 并连成光滑的粗实线， 如图 3.13 所示。 图上， 粗实线就称为系统的根轨迹。

分析：

1.  $K_0$  变化时， 根轨迹均位于左半  $s$  平面， 系统恒稳定。

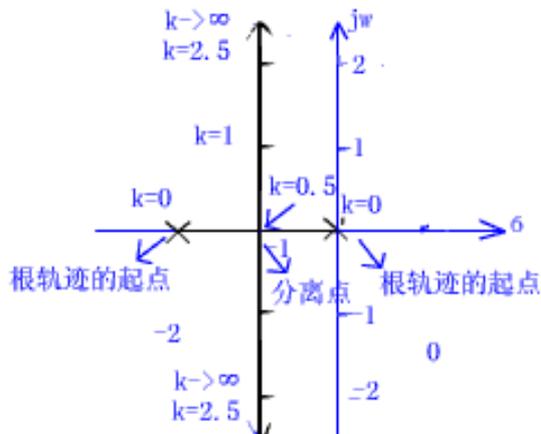
2. 根轨迹有两条， 两个起点  $s_1 = 0, s_2 = -2$

3.  $0 < K_0 < 1$  时， 闭环特征

根为负实根， 呈过阻尼状态。

4.  $K_0 = 1$  时， 闭环特征根

为一对重根， 响应为单调上升



的指数曲线.

5.  $K_0 > 1$  时, 闭环特征根为共轭复根, 响应为衰减振荡.

6. 开环增益  $K$  可有根轨迹上对应的  $K_0$  值求得.

图 3.13

$K_0$  为可变参量绘制的根轨迹, 称为常规根轨迹.

### 3.2.3、频域分析方法:

频率响应法是一种工程方法, 是以传递函数为基础的一种控制系统分析方法。这种方法不仅能根据系统的开环频率特性图形直观地分析系统的闭环响应, 而且还能判别某些环节或参数对系统性能的影响, 提示改善系统性能的信息。控制系统的频域分析方法不仅可以对基于机理模型的系统性能进行分析, 也可以对来自于实验数据的系统进行有效分析。它同根轨迹法一样是又一种图解法, 研究的主要手段有极坐标图 (Nyquist 图) 和伯德图 (Bode 图) 法。

#### 一. 频率特性的基本概念

1. 所谓频率特性, 即在零初始条件下, 系统输入在正弦信号的控制下, 其稳态输出  $C(t)$  的被控制量信号的幅值  $A(\omega)$  和相角  $\psi(\omega)$  随  $r(t)$  信号的角频率  $\omega$  变化的规律, 记为  $G(j\omega)$ 。

$$G(j\omega) = G(s)|_{s=j\omega}$$
$$G(j\omega) = \frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{C(s)}{R(s)|_{s=j\omega}}$$
$$G(j\omega) = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m+1} + \dots + b_{m-1}(j\omega) + b_m}{(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n}$$

2、 $G(j\omega)$  的数模表达式有两种标准式:

(1) Nyquist 标准式:  $G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\angle G(j\omega)} = u(\omega) + jv(\omega)$

其中  $A(j\omega) = |G(j\omega)|$  称为幅频特性, 是  $\omega$  的偶函数。

$\psi(\omega) = \angle G(j\omega)$  称为相频特性, 是  $\omega$  的奇函数。

$u(\omega) = \text{Re}[G(j\omega)]$  为实部;  $v(\omega) = \text{Im}[G(j\omega)]$  为虚部。

(2) Bode 表达式:  $L(\omega) = 20\lg[A(j\omega)]$  称为对数幅频,

$\psi(\omega) = \angle G(j\omega)$  称为对数相频。

## 二. 频率特性的图解表示法

在工程分析和设计中，通常把频率特性画成曲线，从这些频率特性曲线出发研究。现以 RC 网络为例。如图

3.14。

其频率特性为  $G(j\omega) = \frac{1}{1+T(j\omega)}$

( $T=RC$ )。

$$A(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(T\omega)^2}};$$

$$\psi(\omega) = -\arctg(T\omega)$$

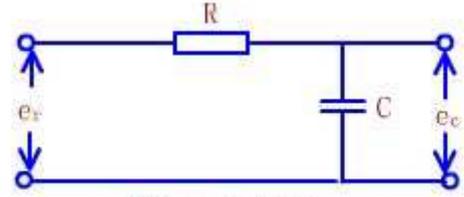


图 3.14 RC 网络

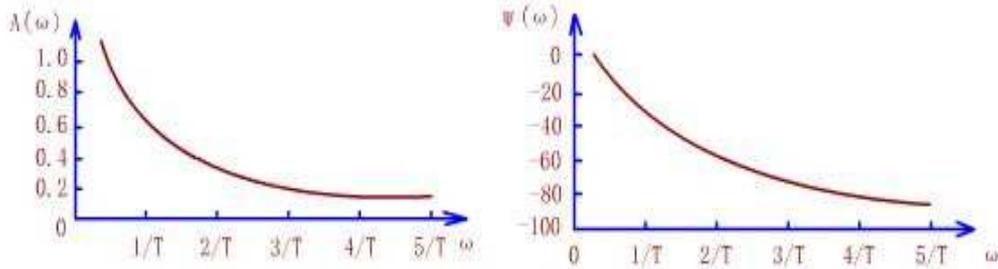


图 3.15

### 1. 极坐标图----Nyquist 图

当  $\omega=0 \rightarrow \infty$  变化时,  $A(\omega)$  和  $\phi(\omega)$  随  $\omega$  而变, 以  $A(\omega)$  作幅值,  $\phi(\omega)$  作相角的端点在  $s$  平面上形成的轨迹, 称 Nyquist 曲线 (幅相频率特性曲线) 简称幅相曲线即 Nyquist 图, 是频率响应法中常用的一种曲线。

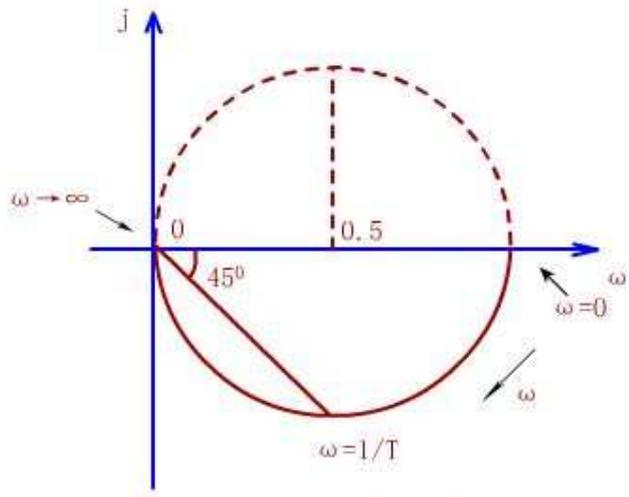


图 3.16 RC 网络的幅相曲线

### 2、对数坐标图----Bode 图

对数频率特性曲线又称 **Bode** 曲线，包括对数幅频和对数相频两条曲线。  
 横坐标是  $\omega$  的对数分度, 单位是 (rad/s)。对数幅频的纵坐标是  $L(\omega)=20\lg |G(j\omega)|$  的线性分度，单位是 (dB)；  
 对数相频特性曲线的纵坐标表示相频特性的函数值线性分度，单位是 ( $^\circ$ )。

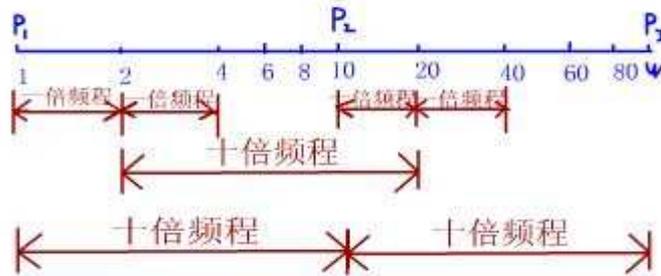


图 3.17 对数分度

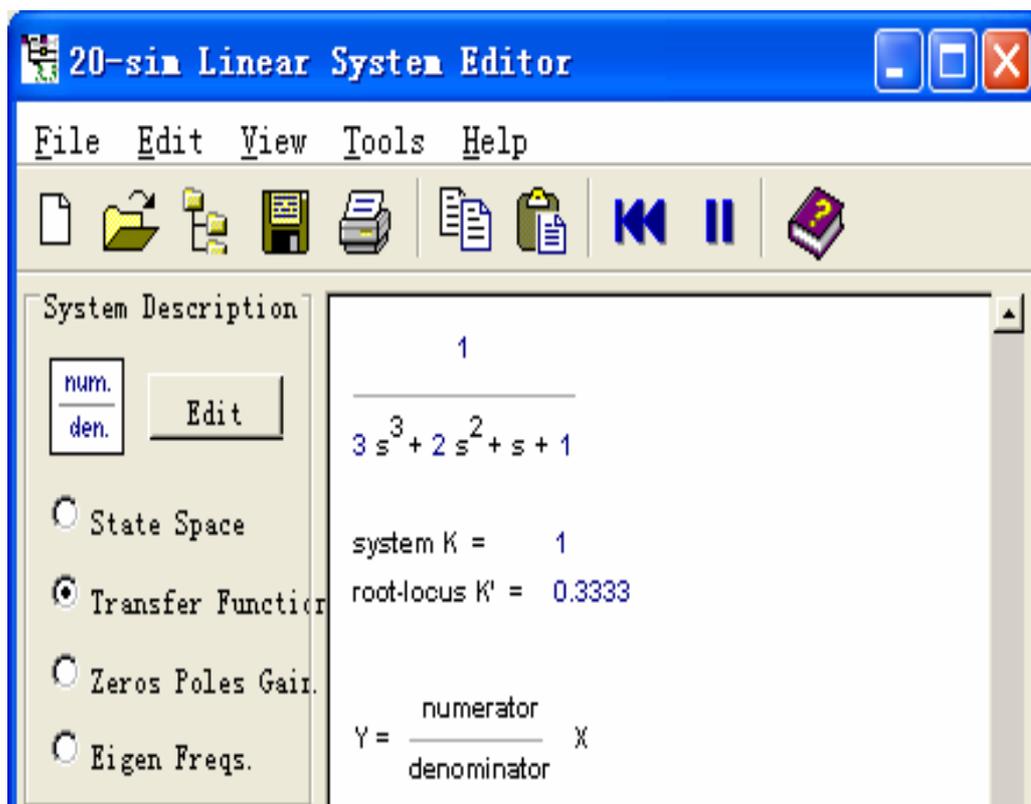
一倍频程 (Oct) ---->对 2 而言  $2^m$  (... $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots$ )

十倍频程 (dec) ---->对 10 而言  $10^n$  (... $10^{-1}, 10^0, 10^1, 10^2 \dots$ )

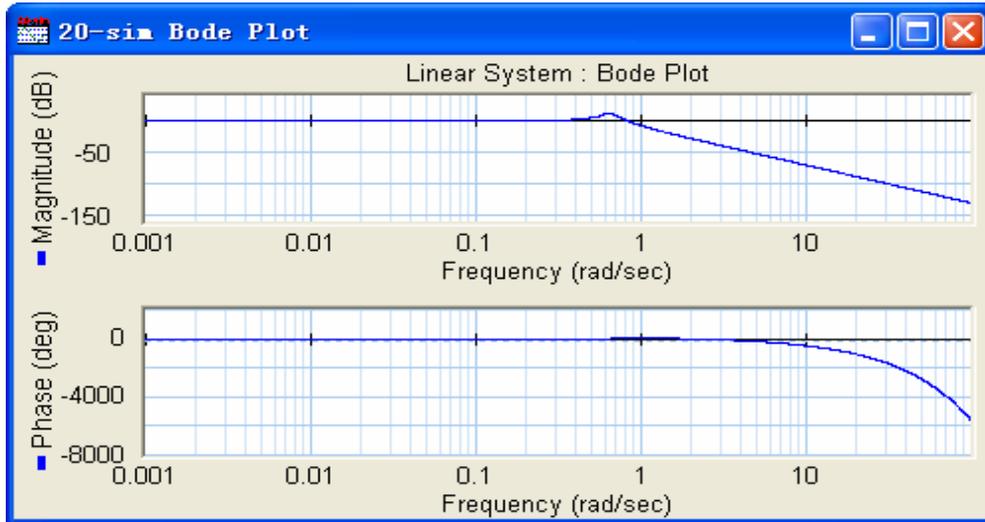
1Oct=0.301 个单位长度，

1 dec=3.32 Oct

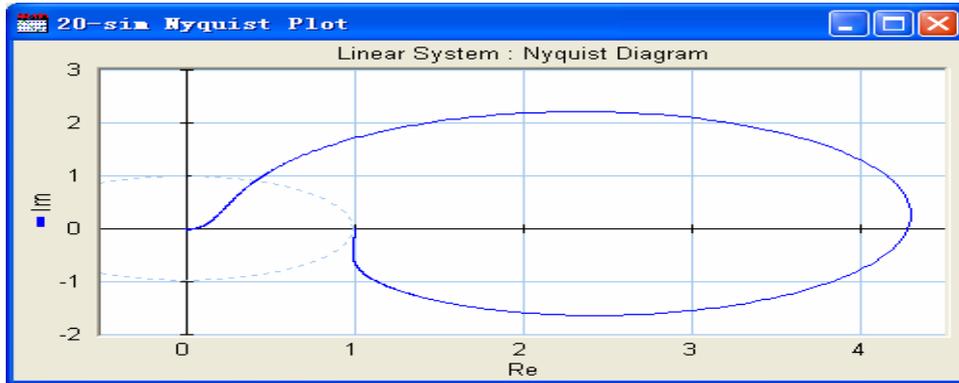
### 3、对数幅相曲线（又称尼柯尔斯曲线）



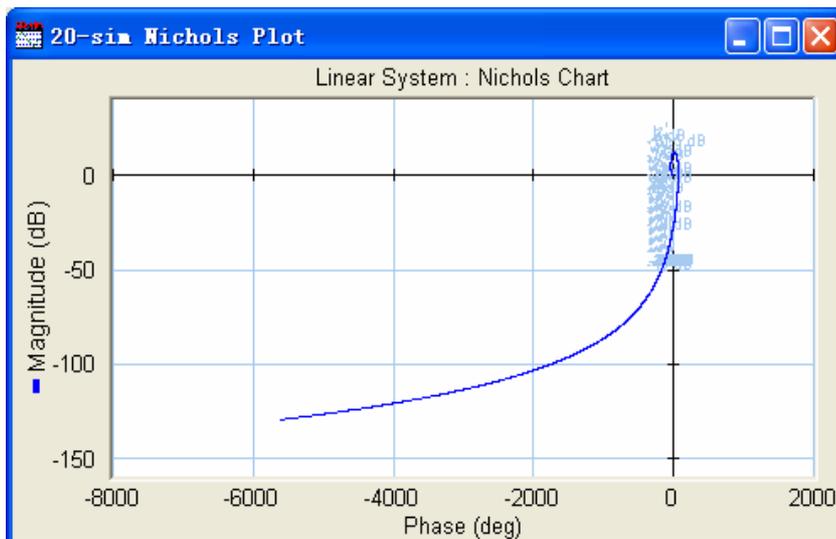
Bode 图如下：



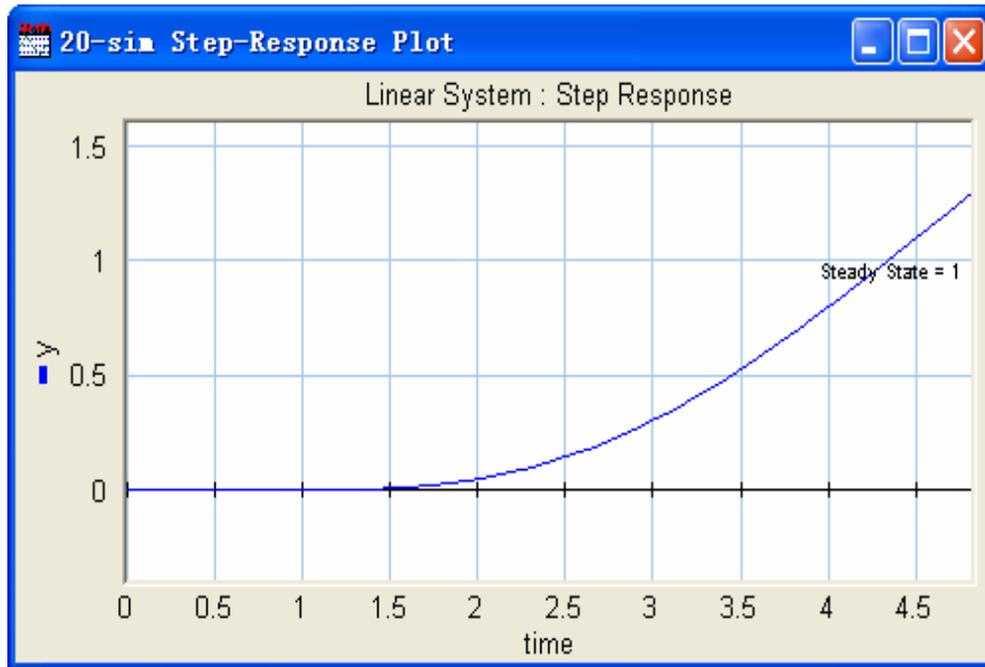
Nyquist 图:



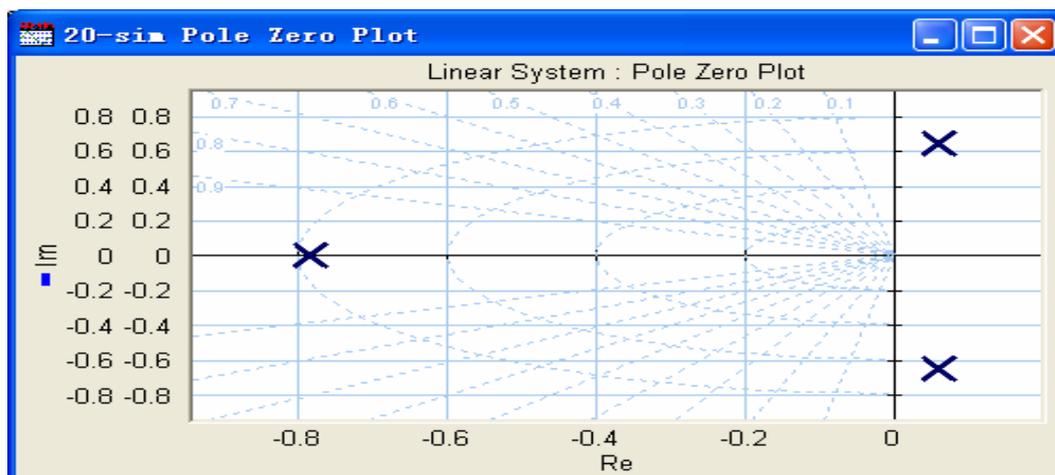
尼科尔斯 图:



阶响应图:



零极点图:



### 3.2.4、Nyquist 稳定判据

奈奎斯特稳定判据:

- (1) 如果开环系统是稳定的, 即  $P=0$ , 则闭环系统稳定的充要条件是  $G(j\omega)H(j\omega)$  曲线不包围  $(-1, j0)$  点。
- (2) 如果开环系统不稳定, 且已知有  $P$  个开环极点在  $s$  的右半平面, 则闭环系统稳定的充要条件是  $G(j\omega)H(j\omega)$  曲线按逆时针方向围绕  $(-1, j0)$  点旋转  $P$  周。

综上，应用奈氏判据判别闭环系统的稳定性的具体步骤为：

(1) 首先要确定开环系统是否稳定，若不稳定，则 P 为多少？

(2) 作出奈氏曲线  $G(j\omega)H(j\omega)$ 。具体作图时可先画出  $\omega$  从 0 到  $+\infty$  的一段曲线，然后以实轴为对称轴，画出  $\omega$  从 0 到  $-\infty$  的另一段曲线，从而得到完整的奈氏曲线。

(3) 计算奈氏曲线  $G(j\omega)H(j\omega)$  对点  $(-1, j0)$  按顺时针方向的包围圈数 N。

(4) 根据辐角原理确定 Z 是否为零。如果  $Z=0$ ，表示闭环系统稳定；反之， $Z \neq 0$ ，表示该闭环系统不稳定。Z 的数值反映了闭环特征方程式的根在 s 右半平面上的个数。

### 3.2.5、Routh 判据（劳斯）

将系统的特征方程写成如下标准形式

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

并将各系数组成如下排列的劳斯表：

$s^n$	a0	a2	a4	a6	...
$s^{n-1}$	a1	a3	a5	a7	...
$s^{n-2}$	b1	b2	b3	b4	...
$s^{n-3}$	c1	c2	c3	c4	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
$s^2$	e1	e2			
$s^1$	f1				
$s^0$	g1				

表中的有关系数为

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

$$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$$

.....

系数  $b_i$  的计算一直进行到其余的  $b$  值全部等于零为止。

$$c_i = \frac{b_i a_1 - a_1 b_1}{b_1}$$
$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_1}{b_1}$$
$$c_1 = \frac{b_1 a_r - a_1 b_1}{b_1}$$

这一计算过程一直进行到  $n$  行为止。为了简化数值运算，可以用一个正整数去除或乘某一行的各项，这时并不改变稳定性的结论。

列出了劳斯表以后，可能出现以下几种情况。

1. 第一列所有系数均不为零的情况，这时，劳斯判据指出，系统极点实部为正实数根的数目等于劳斯表中第一列的系数符号改变的次数。系统极点全部在复平面的左半平面的充分必要条件是方程的各项系数全部为正值，并且劳斯表的第一列都具有正号。

2. 某行第一列的系数等于零，而其余项中某些项不等于零的情况。在计算劳斯表中各元素的数值时，如果某行的第一列的数值等于零，而其余的项中某些项不等于零，那么可以用一有限小的数值  $\varepsilon$  来代替为零的那一项，然后按照通常方法计算阵列中其余各项。如果零 ( $\varepsilon$ ) 上面的系数符号与零 ( $\varepsilon$ ) 下面的系数符号相反，表明这里有一个符号变化。如果零 ( $\varepsilon$ ) 上面的系数符号与零 ( $\varepsilon$ ) 下面的系数符号相同，则有一对共轭虚根存在，系统也属不稳定。

3. 某行所有各项系数均为零的情况，如果劳斯表中某一行的各项均为零，或只有等于零的一项，这表示在  $s$  平面内存在一些大小相等符号相反的实极点和(或)一些共轭虚数极点。为了写出下面各行，将不为零的最后一行的各项组成一个方程，这个方程叫作辅助方程，式中  $s$  均为偶次。由该方程对  $s$  求导数，用求导得到的各项系数来代替为零的各项，然后继续按照劳斯表的列写方法，写出以下的各行。至于这些根，可以通过解辅助方程得到。但是当一行中的第一列的系数为零，而且没有其它项时，可以像情况 2 所述那样，用  $\varepsilon$  代替为零的一项，然后按通常方法计算阵列中其余各项。

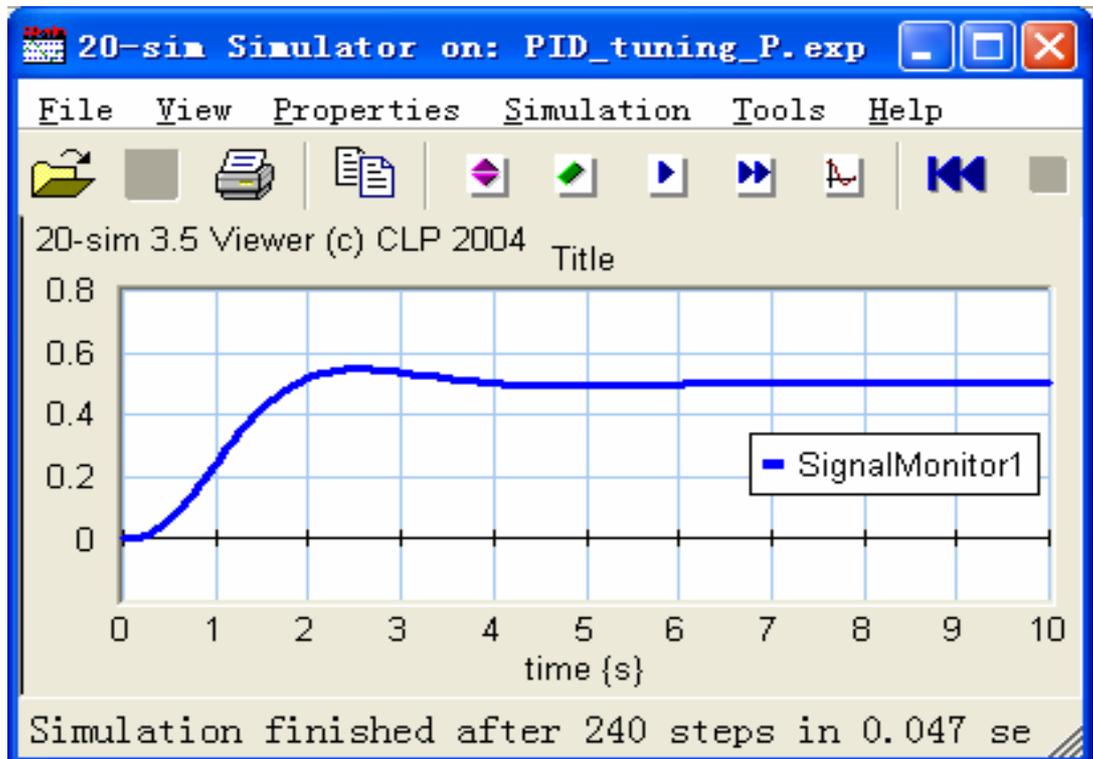
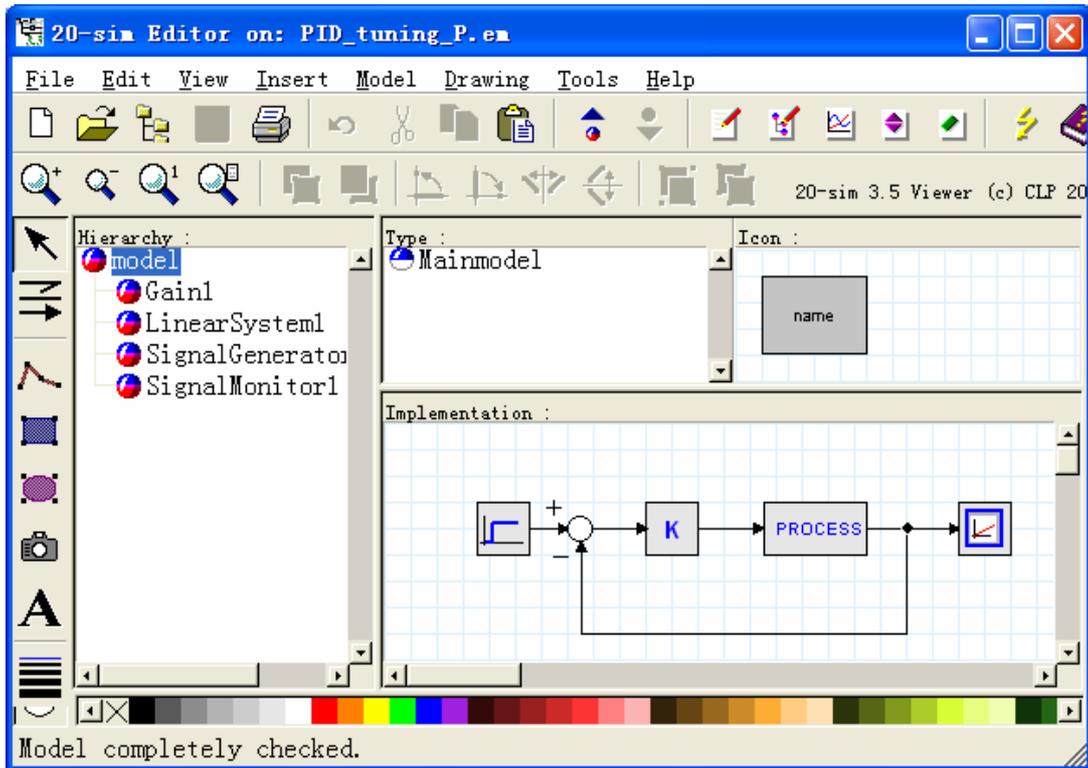
### 3.2.6、PID 控制概述

#### 一、PID 控制概述

目前，基于 PID 控制而发展起来的各类控制策略不下几十种，如经典的 Ziegler-Nichols 算法和它的精调算法、预测 PID 算法、最优 PID 算法、控制 PID 算法、增益裕量/相位裕量 PID 设计、极点配置 PID 算法、鲁棒 PID 等。本节主要介绍 PID 控制器的基本工作原理及几个典型设计方法。

#### 1、三种控制规律

P 控制:  $G = K_p$   $K_p \uparrow \Rightarrow e(\infty) \downarrow$ , 但稳定性  $\downarrow$ ;



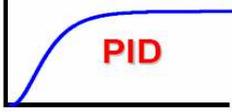
RT10\_PID.pdf - Adobe Reader

文件(F) 编辑(E) 视图(V) 文档(O) 工具(T) 窗口(W) 帮助(H)

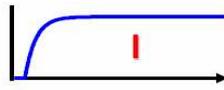
12 / 38 78.6%

Types of systems

Control Engineering  
University of Twente

$$H(s) = \frac{K}{(s\tau_1 + 1)(s\tau_2 + 1)(s\tau_3 + 1)(\dots)}$$


PID typical S-curve

$$H(s) = \frac{K e^{-sT_d}}{(s\tau_1 + 1)}$$



Lecture 10 PID-controllers (12)

Control Engineering 2004/2005 © Job van Amerongen

I 控制:  $G = \frac{1}{T_i s}$ ;

D 控制:  $G = T_d s$ ;

## 2、PID 的控制作用

(1) PD 控制:

$$u_2(t) = K_p u_1(t) + K_p T_d \frac{du_1(t)}{dt}$$

$$G = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = K_p (1 + T_d s) = K_p + K_D s$$

PD 有助于增加系统的稳定性.

PD 增加了一个零点  $z = -\frac{K_p}{K_D}$ , 提高了系统的阻尼, 可改善暂态性能.

(2) PI 控制:

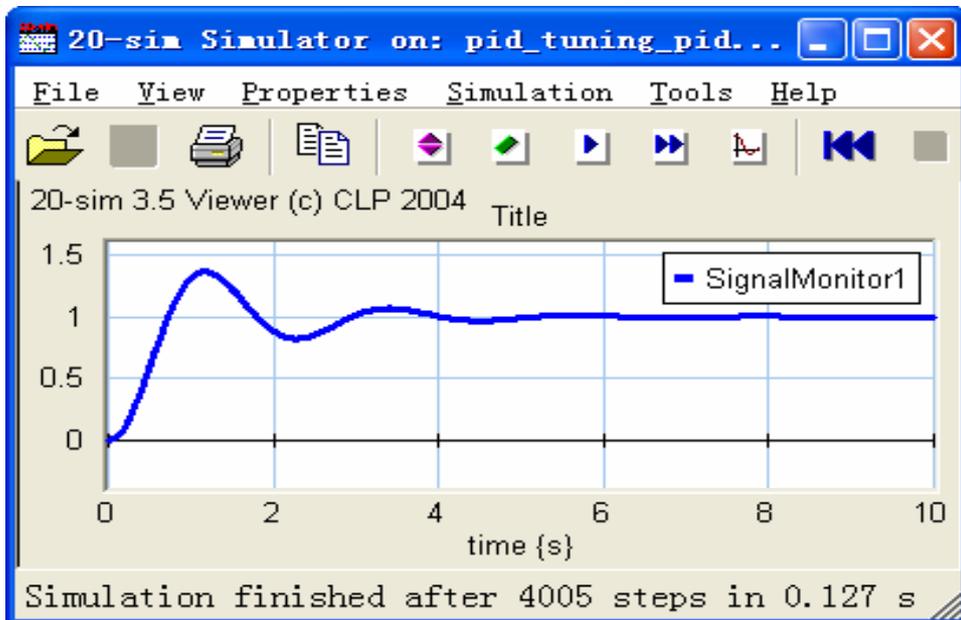
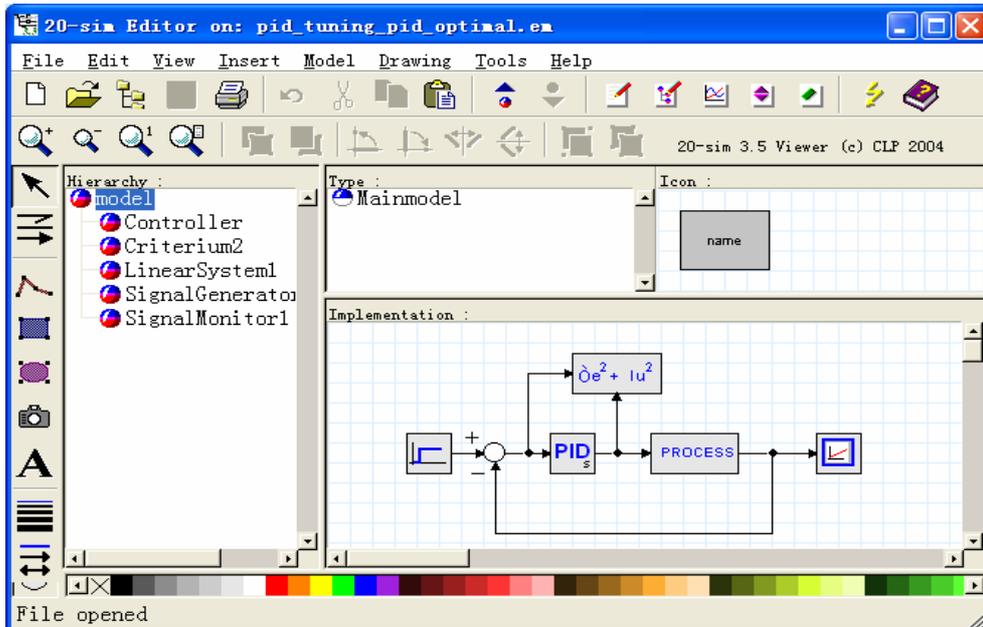
$$u_2(t) = K_p u_1(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t u_1(t) dt$$

$$G(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) = K_p + \frac{K_I}{s}$$

PI 提高了系统按稳态误差划分的型.

(3) PID 控制 
$$u_2(t) = K_p u_1 + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t u_1(t) dt + K_p T_d \frac{du_1(t)}{dt}$$

$$G(s) = K_p + \frac{K_I}{d} + K_D s$$



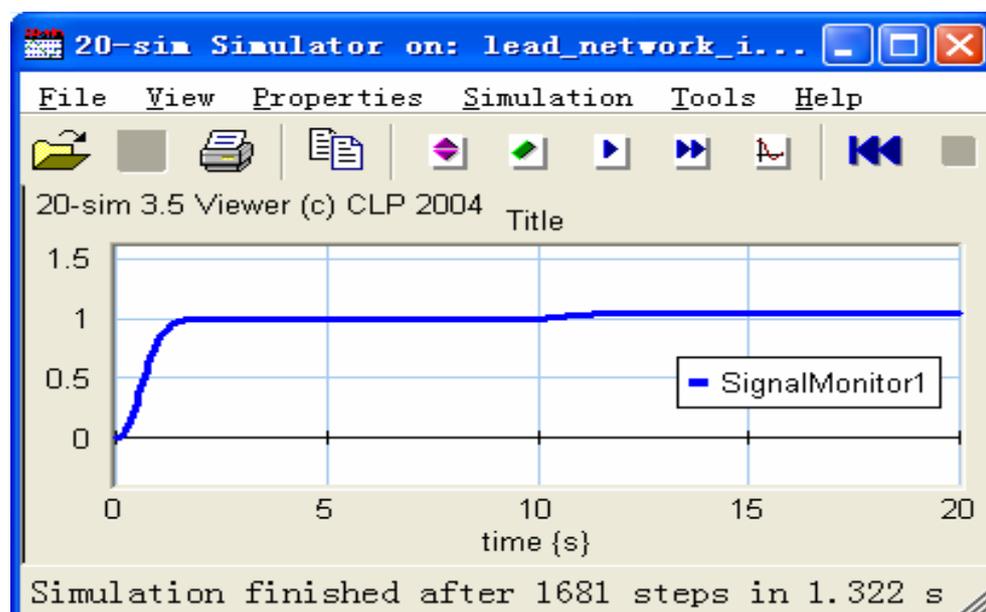
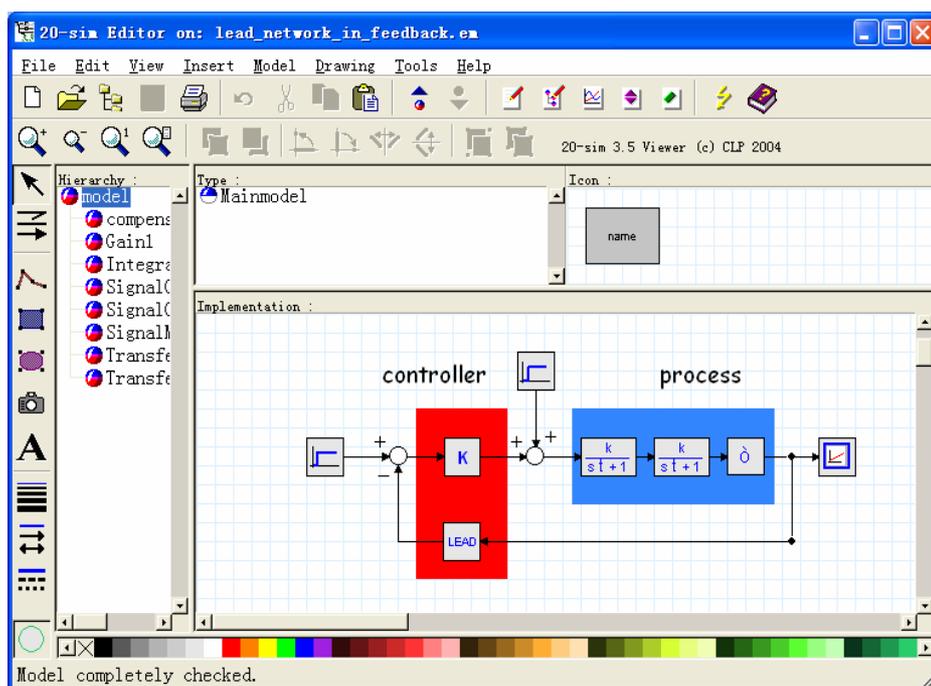
### 3.2.7、串联校正的适用性与优缺点

串联校正简单，易于实现，因此得到了广泛的应用。

#### (1) 串联超前校正

它是利用校正装置的相角超前补偿原系统的相角滞后，从而增大系统的相

角裕度。超前校正具有相角超前和幅值扩张的特点，即产生正的相角移动和正的幅值斜率。超前校正正是通过其幅值扩张的作用，达到改善中频段斜率的目的。故采用超前校正可以增大系统的稳定裕度和频带宽度，提高了系统动态响应的平稳性和快速性。但是，超前校正对提高系统的稳态精度作用不大，且使抗干扰的能力有所降低。串联超前校正一般用于稳态性能已满足要求，但动态性能较差的系统。

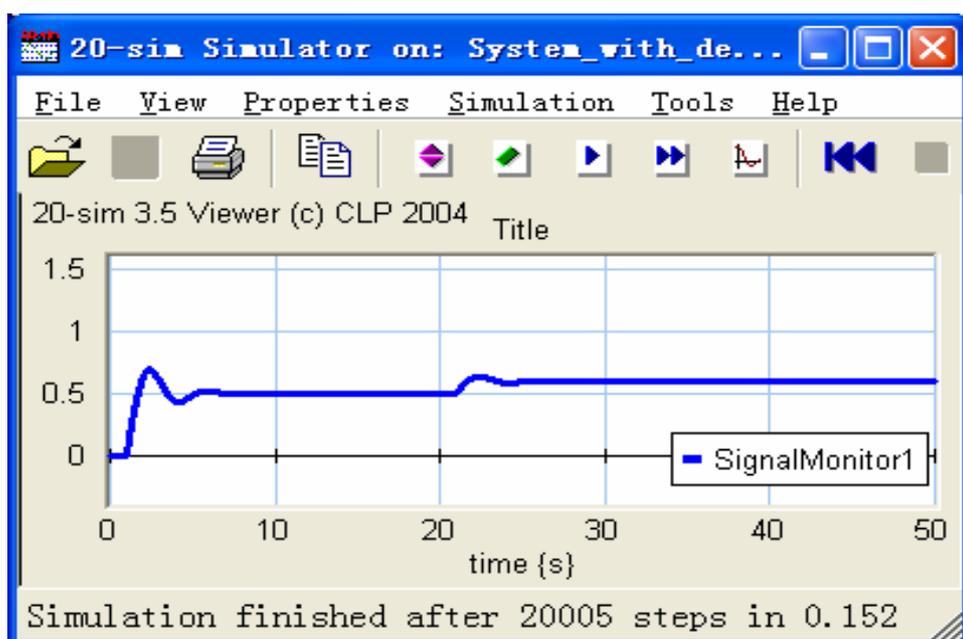
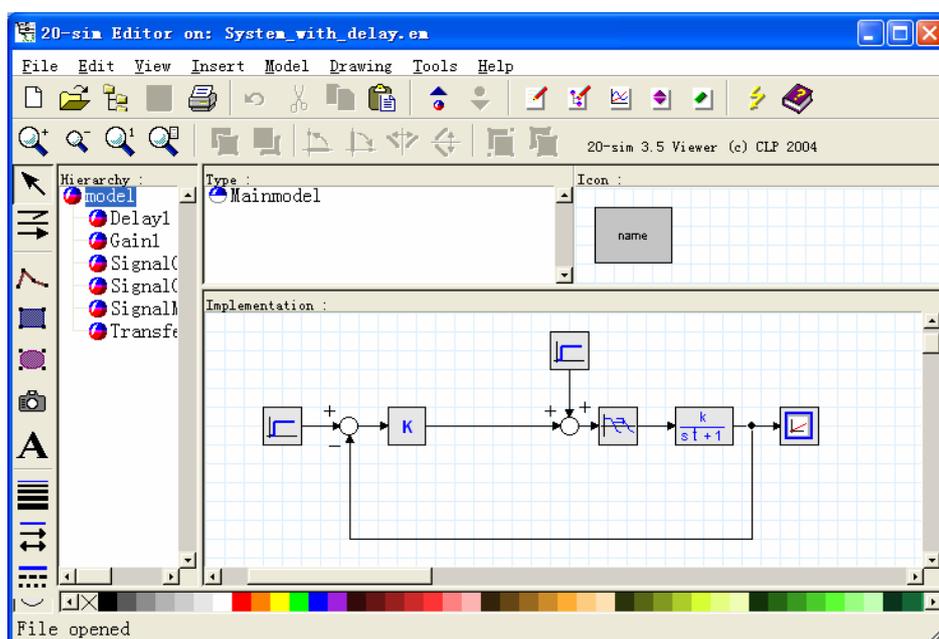


但如果未校正系统在其零分贝频率附近，相角迅速减小，例如有两个转角频率彼此靠近(或相等)的惯性环节或一个振荡环节，这就很难使校正后的系统的相角裕度得到改善。或未校正系统不稳定，为了得到要求的相角裕度，超前网络

的  $a$  值必须选得很大，将造成校正后系统带宽过大，高频噪声很高，严重时系统无法正常工作。

## (2) 串联滞后校正

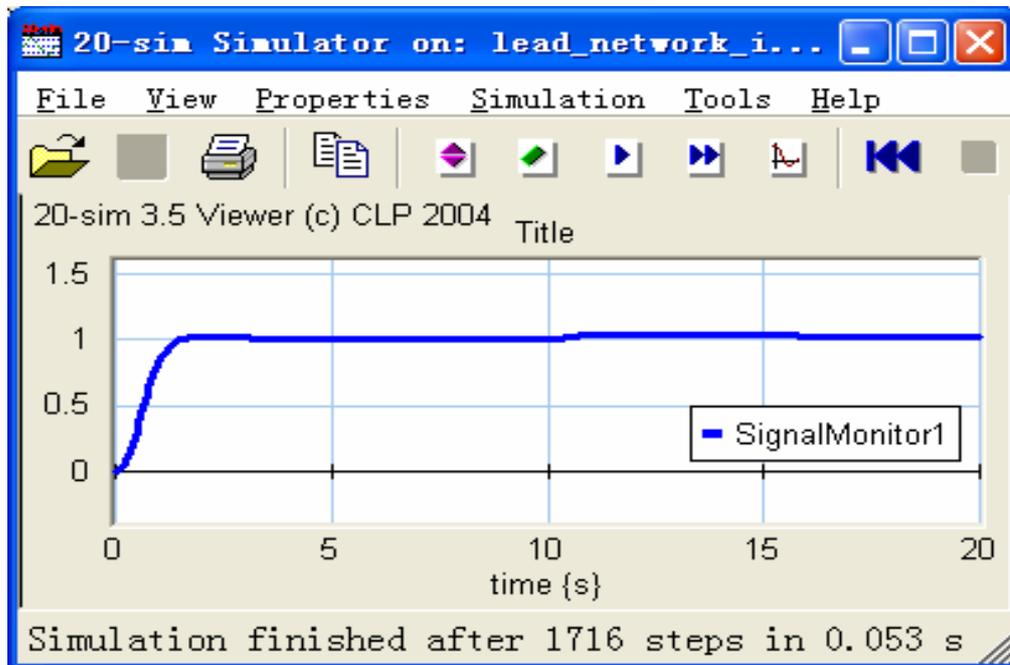
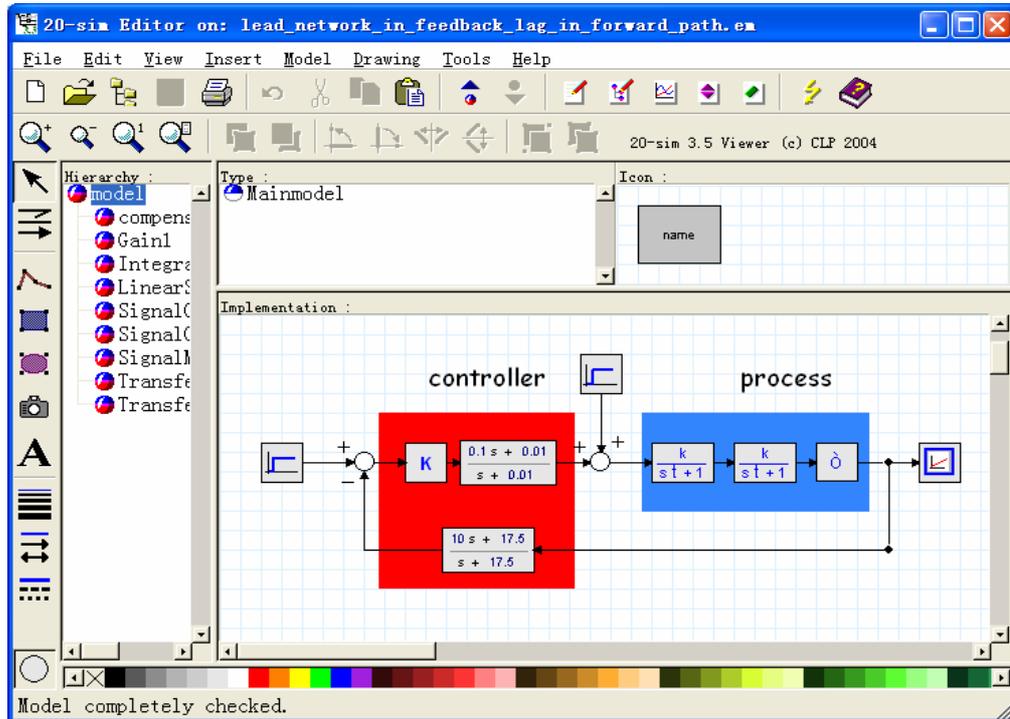
它是利用校正装置本身的高频幅值衰减特性，使系统零分贝频率下降，从而获得足够的相角裕度。滞后校正具有幅值压缩和相角滞后的特点，即产生负的相角移动和负的幅值斜率。利用幅值压缩，有可能提高系统的稳定裕度，但将使系统的频带过小；从另一角度看，滞后校正通过幅值压缩，还可以提高系统的稳定精度。滞后校正一般用于动态平稳性要求严格或稳定精度要求较高的系统。



但为了保证在需要的频率范围内产生有效的幅值衰减特性，要求滞后网络

的第一个转折频率  $1/T$  足够小，可能会使时间常数大到不能实现的程度。

### (3) 串联滞后—超前校正



它的基本原理是利用校正装置的超前部分来增大系统的相角裕度，同时利用滞后部分来改善系统的稳态性能。当要求校正后系统的稳态和动态性能都较高时，应考虑采用滞后—超前校正。