

2011—2012 学年度第一学期数信学院期末考试卷

《微分几何》(A 题)

学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 任课教师\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

得分	评卷教师

一、设螺旋面的参数方程为  $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$ . 完成以下各小题 (满分 20 分):

(1) 写出螺旋面上  $u = 1$  时对应的  $v$ -参数曲线  $C$  的参数方程. (2 分)

(2) 求曲线  $C$  的曲率函数和挠率函数. (6 分)

(3) 写出曲线  $C$  的自然方程. (2 分)

(4) 求曲线  $C$  的测地曲率 (10 分).

得分	评卷教师

二、设曲面的第一基本形式为  $ds^2 = du^2 + e^{\frac{2u}{a}} dv^2$ ，其中  $a$  为非零常数。完成下列各题（满分 15 分）

(1) 求该曲面的高斯曲率。（10 分）

(2) 说明该曲面是否与球面等距等价，为什么？（5 分）

得分	评卷教师

三、设球面的参数方程为  $r(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, \sin u)$ ，其上三条坐标曲线  $C_1(u=0)$ ， $C_2(v=0)$ ， $C_3(v=\pi/2)$  围成一测地三角形区域  $\Delta$ ，在区域  $\Delta$ （有两个，任选其一）上验证 Gauss-Bonnet 公式。（满分 10 分）

得分	评卷教师

四、设圆柱面的参数方程为  $r(u, v) = (a \cos u, a \sin u, v)$ ，其中  $a$  为正常数。完成下列各题（满分 20 分）

(1) 求其上测地线的参数方程。（10 分）

(2) 验证圆柱面上所有曲率线同时都是测地线. (10 分)

得分	评卷教师

**五、** 设曲面的第一、二基本形式为  $I = II = du^2 + \cos^2 u dv^2$ , 求该曲面的主曲率, 并说明该曲面上是否存在脐点? (满分 15 分)

得分	评卷教师

**六、** 利用 Gauss-Bonnet 公式证明: 在具有非正高斯曲率的曲面上, 不存在围成单连通区域的光滑闭测地线. (满分 10 分)

得分	评卷教师

七、利用 Euler 公式证明主曲率是法曲率的最大值或最小值.  
(满分 10 分)