

2010—2011 学年度第一学期数信学院期末考试卷

《微分几何》(A 题)

学号_____ 姓名_____ 任课教师_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

得分	评卷教师

一、写出空间挠曲线 $r = r(s)$ (其中 s 为弧长参数) 的副法线曲面的参数方程, 并证明该曲面不是可展曲面. (满分 10 分)

得分	评卷教师

二、设曲面的第一基本形式为 $ds^2 = \frac{a^2}{v^2}(du^2 + dv^2)$, 其中 a 为非零常数, 求该曲面的高斯曲率, 并说明该曲面是否与球面等距等价, 为什么? (满分 12 分)

得分	评卷教师

三、 写出曲面上由 n 条光滑曲线所围成的封闭的单连通区域上成立的 Gauss-Bonnet 公式，并通过计算说明球面上测地三角形内角和是超过 180° 的. （满分 14 分）

得分	评卷教师

四、 求平面上的所有测地线. （满分 14 分）

得分	评卷教师

五、如果曲面上存在直线，证明直线既是测地线，又是渐近线.
(满分 14 分)

得分	评卷教师

六、设曲面的第一、二基本形式为 $I = II = du^2 + \cos^2 u dv^2$ ，求该曲面的主曲率和平均曲率，并说明该曲面上是否存在脐点？
(满分 16 分)

得分	评卷教师

七、设 C 是单位球面 $r(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, \sin u)$ 上一条纬线圆 ($u = \pi/6$)。完成以下各题 (满分 20 分):

(1) 写出曲线 C 的参数方程 (2 分);

(2) 写出单位球面沿曲线 C 的单位外法向量场 $\bar{n}(v)$ (2 分);

(3) 求曲线 C 的基本向量 $\alpha(v), \beta(v)$ 和 $\gamma(v)$ (8 分);

(4) 求曲线 C 的曲率 $k(v)$ ，并按球面的单位外法向量场 $\bar{n}(v)$ 计算曲线 C 的法曲率 $k_n(v)$ 和测地曲率 $k_g(v)$ (8 分)。