

西北师范大学 数信学院 数学与应用数学专业

《微分几何》 考试题 (A) (2006/07)

班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____ 成绩: _____

一、填空题 (每空 2 分, 共 40 分)

1. 直线的特征是_____ ; 平面曲线的特征是_____ .
2. 单位圆周的曲率函数 $k(s) =$ _____ ; 挠率函数 $\tau(s) =$ _____ .
3. 抛物线 $y = x^2$ 在原点处的相对曲率为 _____ ; 曲率半径为 _____ .
4. 圆柱面的 Gauss 曲率为 _____ ; 极小曲面的平均曲率为 _____ .
5. 曲面的坐标曲线网正交的充要条件是 _____ ; 坐标曲线网成为曲率线网的充要条件是 _____ .
6. 两曲面等距等价的充要条件是 _____ ;
共形等价的充要条件是 _____ .
7. 参数曲线 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ 是正则曲线的充要条件是 _____ ;
参数曲面 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v)$ 是正则曲面的充要条件是 _____ .
8. 曲面上给定点处法曲率的最大值或最小值是曲面的 _____ 曲率; 使法曲率达到最值的方向是曲面的 _____ 方向.
9. 脐点处曲面的第一、第二类基本量应满足 _____ ;
第二类基本量都为 0 的脐点称为 _____ 点.
10. 唯一决定一条空间曲面的两个运动不变量是 _____ 和 _____ .

二、判断题 (每题 1 分, 共 10 分)

1. Gauss 曲率是曲面的内蕴量. ()
2. 空间曲线的切线面, 主法线曲面和副法线曲面都是可展曲面. ()
3. 曲面的第一基本型是正定的. ()
4. 主法向量总是指向曲线的凹侧. ()

5. 曲率和挠率都为非零常数的曲线一定是圆. ()
6. 曲面上一点处两条相切的曲线在切点处有相同的法曲率. ()
7. 曲面上若存在直线, 该直线一定是渐近曲线. ()
8. 第一、第二类基本形式都是参数变换下的不变量. ()
9. 相对曲率不但反映曲线的弯曲程度, 也反映弯曲方向. ()
10. 密切平面和切线分别是最“贴近”曲线的平面和直线. ()

三、计算题 (每题 10 分, 共 20 分)

1. 求圆柱螺线 $\mathbf{r}(t) = \{\cos t, \sin t, t\}$ (t 为参数) 在 $(1, 0, 0)$ 点处的三个基本向量 α, β, γ 及曲率和挠率.
2. 求正螺面 $\mathbf{r}(u, v) = \{u \cos v, u \sin v, bv\}$ 的高斯曲率和平均曲率.

四、证明题 (每题 10 分, 共 30 分)

1. 证明: 如果曲线的所有法平面包含非零常向量 \mathbf{e} , 则此曲线是直线或平面曲线.
2. 证明: 平面的平均曲率恒为零.
3. 设 C 是曲面 S 的一条曲率线, 证明: 沿 C , 曲面 S 的法线组成一可展曲面.