

西北师范大学 数信学院 数学与应用数学专业
《微分几何》 考试题 (A) (2002/07)

班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____ 成绩: _____

一、 填空题 (每空 1 分, 共 20 分)

1. 球面曲线的特征是_____, 平面曲线的特征是_____.
2. 半径为 R 的圆的曲率为_____, 半径为 R 的球面的法曲率为_____.
3. 根据高斯曲率将表面上的点分为三类, 高斯曲率大于零的点称为_____, 抛物点处, 高斯曲率_____.
4. 根据曲线论的基本定理, 唯一决定一条空间曲线的两个运动不变量是_____和_____.
5. 曲面的坐标曲线网正交的充要条件是_____, 坐标曲线网成为曲率线网的充要条件是_____.
6. 曲线的渐缩线是它的_____的轨迹, 若曲线 C_1 是曲线 C_2 的渐缩线, 则 C_2 称为 C_1 的_____.
7. 平面曲线相对曲率的几何意义是_____, 它与绝对曲率的不同点是_____.
8. 可展曲面的特征是_____, _____.
9. 在脐点处曲面的第一, 第二类基本量满足_____, 把第二类基本量 $L=M=N=0$ 的点称为_____.
10. 法曲率的最大值和最小值正好是_____, 使法曲率达到最大值和最小值的方向是_____方向.

二、 选择题 (每题 2 分, 共 30 分)

1. 下面各量中, 不是内蕴量的是 ()
 A. 曲面上曲线的曲率 B. 曲面域的面积
 C. 曲线的弧长 D. 高斯曲率
2. 下面说法不正确的是 ()
 A. 等距变换一定是保角变换 B. 保角变换一定是等距变换
 C. 平面与圆柱面成等距对应 D. 平面与除去北极外的球面成保角对应
3. 平面曲线的密切平面与曲线所在平面 ()
 A. 相交 B. 平行 C. 重合 D. 垂直
4. 关于球面下列说法不正确的是 ()
 A. 球面是全脐点曲面 B. 球面上任意曲线都为曲率线
 C. 球面的高斯曲率是正常数 D. 球面是可展曲面
5. 两个曲面等距等价的充要条件是经过适当的参数选择后, ()
 A. 第一基本型相同 B. 第一基本型成比例
 C. 第二基本型相同 D. 第二基本型成比例
6. 设曲线 (C) 是曲面 S 上的一条渐近线, 则沿 (C) , S 的单位法向量与曲线 (C) 的基本向量之间的关系是 ()
 A. $\vec{n} // \vec{T}$ B. $\vec{n} // \vec{B}$ C. $\vec{n} // \vec{N}$ D. $\vec{n} \perp \vec{B}$
7. 在选取曲率线网作为参数曲线网时, 曲面的两个主曲率 k_1 和 k_2 为 ()
 A. $k_1 = \frac{E}{L}, k_2 = \frac{G}{N}$ B. $k_1 = \frac{L}{E}, k_2 = \frac{N}{G}$
 C. $k_1 = \frac{G}{L}, k_2 = \frac{E}{N}$ D. $k_1 = \frac{L}{G}, k_2 = \frac{N}{E}$
8. 设曲面 $S: \vec{r} = \vec{r}(u, v), (u, v) \in D$ 的第一、二类基本量为 E, F, G 和 L, M, N , 则曲面 S 的面积为 ()

- A. $\sigma = \iint_D \sqrt{EG - F^2} dudv$ B. $\sigma = \iint_D \sqrt{LN - M^2} dudv$
 C. $\sigma = \iint_D (EG - F^2) dudv$ D. $\sigma = \iint_D (LN - M^2) dudv$
9. 下列曲面中能建立等距对应的是 ()
 A. 球面与柱面 B. 球面与平面
 C. 平面与可展曲面 D. 球面与可展曲面
10. 下面曲线中是一般螺线的是 ()
 A. 平面曲线 B. 圆柱螺线 C. 直线 D. 以上全是
11. 根据 Meusnier 定理, 同一曲面上两条曲线 (C) 和 (C^*) 在某点相切, 则它们在这点的法曲率 k_n 和 k_n^* 满足 ()
 A. $k_n = k_n^*$ B. $k_n = -k_n^*$ C. $k_n \cdot k_n^* = 1$ D. $k_n \cdot k_n^* = -1$
12. 曲面 $z = axy$ 上, 坐标曲线 $x = x_0$ 和 $y = y_0$ 之间的交角为 ()
 A. $\arccos \frac{2a^2 x_0 y_0}{\sqrt{1+a^2 x_0^2} \sqrt{1+a^2 y_0^2}}$ B. $\arcsin \frac{2a^2 x_0 y_0}{\sqrt{1+a^2 x_0^2} \sqrt{1+a^2 y_0^2}}$
 C. $\frac{\pi}{2}$ D. 0
13. 单参数平面族 $t^2 x + 2ty + 2z = 2t$, t 为参数, 的包络曲面方程为 ()
 A. $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
 C. $(y-1)^2 = 2xz$ D. $(x-1)^2 = 2yz$
14. 下列直纹曲面中, 不是可展曲面的是 ()
 A. 柱面 B. 锥面 C. 挠曲线的切线面 D. 挠曲线的主法线曲面
15. 下列关于主方向, 正确的说法是 ()
 A. 曲面上一点处至少有两个主方向

- B. 除脐点处外, 主方向是互相垂直的
- C. 沿主方向, 法曲率达到最大值或最小值
- D. 以上全正确

三、(本题满分 18 分, 第 1 题 12 分, 第 2 题 6 分)

1. 已知参数曲线 $r = \{a \cos t, a \sin t, bt\}$, t 为参数, a, b 为非零常数, 且 $a^2 + b^2 \neq 1$,

(1) 参数 t 是否为弧长参数, 为什么?

(2) 求基本向量 α, β, γ 及曲率和挠率.

2. 证明：如果所有密切平面垂直于某个固定直线，则此曲线为平面曲线.

四、（本题满分 16 分） 已知正螺面的参数方程 $r(u, v) = \{u \cos v, u \sin v, bv\}$,

- (1) 求主曲率.

- (2) 求高斯曲率 K 和平均曲率 H .

- (3) 证明在正螺面上有两族渐近线，其中一族是直线，另一族是螺旋线.

五、（本题满分 16 分）证明：表面上的曲线是曲率线的充分必要条件是沿此曲线的表面的法线组成一可展表面.